1. Producto escalar de vectores: $\boxed{\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|\cdot\cos\alpha\ \in\mathbb{R}}$ $\boxed{\vec{a}\perp\vec{b}\leftrightarrow\vec{a}\cdot\vec{b}=0}$

Expresión analítica del p. e. : $\begin{cases}\vec{a}=a_1\vec{\imath}+a_2\vec{\jmath}+a_3\vec{k}\\ \vec{b}=b_1\vec{\imath}+b_2\vec{\jmath}+b_3\vec{k}\end{cases}\rightarrow\boxed{\vec{a}\cdot\vec{b}=a_1b_1+a_2b_2+a_3b_3}$

Módulo de un vector: $\boxed{|\vec{a}|=\sqrt{\vec{a}\cdot\vec{a}}=\sqrt{a_1^2+a_2^2+a_3^2}}$ Ángulo entre vectores: $\boxed{\cos\alpha=\dfrac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|}}$

2. Producto vectorial : $\boxed{\vec{a}\times\vec{b}=\begin{vmatrix}\vec{\imath}&\vec{\jmath}&\vec{k}\\a_1&a_2&a_3\\b_1&b_2&b_3\end{vmatrix}}$ $\boxed{|\vec{a}\times\vec{b}|=|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|\cdot\sin\alpha}$ $\boxed{\begin{matrix}\vec{a}\times\vec{b}\perp\vec{a}\\ \vec{a}\times\vec{b}\perp\vec{b}\end{matrix}}$

$\boxed{\vec{a}\parallel\vec{b}\ (\text{colineales})\leftrightarrow\vec{a}\times\vec{b}=\vec{0}}$ $\boxed{|\vec{a}\times\vec{b}|=\text{Superficie paralelogramo}(\vec{a},\vec{b})}$

3. Producto mixto: $\boxed{[\vec{a},\vec{b},\vec{c}]=\vec{a}\cdot(\vec{b}\times\vec{c})\ \in\mathbb{R}}$ Expresión analítica: $\boxed{[\vec{a},\vec{b},\vec{c}]=\begin{vmatrix}a_1&a_2&a_3\\b_1&b_2&b_3\\c_1&c_2&c_3\end{vmatrix}}$

$\boxed{\vec{a},\vec{b},\vec{c}\ \text{lin. indep.}\leftrightarrow[\vec{a},\vec{b},\vec{c}]\neq 0}$ $\boxed{|[\vec{a},\vec{b},\vec{c}]|=\text{Volumen paralelepípedo}(\vec{a},\vec{b},\vec{c})}$

4. Coordenadas de un punto: $\boxed{\overrightarrow{OP}=p_1\vec{\imath}+p_2\vec{\jmath}+p_3\vec{k}\rightarrow P(p_1,p_2,p_3)}$ $\boxed{\overrightarrow{BA}=-\overrightarrow{AB}}$ $\boxed{\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}}$

Coordenadas de un vector: $\boxed{A(a_1,a_2,a_3)\ \text{y}\ B(b_1,b_2,b_3)\rightarrow\overrightarrow{AB}=(b_1-a_1,b_2-a_2,b_3-a_3)}$

Puntos alineados: $\boxed{A,B\ y\ C\ \text{alineados}\ \leftrightarrow\dfrac{b_1-a_1}{c_1-a_1}=\dfrac{b_2-a_2}{c_2-a_2}=\dfrac{b_3-a_3}{c_3-a_3}}$

Puntos coplanarios: $\boxed{A,B,C\ y\ D\ \text{coplanarios}\leftrightarrow[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AD}]=0}$

Punto medio de un segmento: $\boxed{\text{Punto medio de }\overline{AB}\rightarrow M\left(\dfrac{a_1+b_1}{2},\dfrac{a_2+b_2}{2},\dfrac{a_3+b_3}{2}\right)}$

5. Ecuaciones de una recta $r\equiv\{P(p_1,p_2,p_3),\overrightarrow{d_r}=(d_1,d_2,d_3)\}$

Ecuación vectorial: $\boxed{r\equiv\overrightarrow{OX}=\overrightarrow{OP}+\lambda\overrightarrow{d_r}}$ Ecuaciones paramétricas: $\boxed{r\equiv\begin{cases}x=p_1+\lambda d_1\\y=p_2+\lambda d_2\\x=p_3+\lambda d_3\end{cases}}$

Ecuaciones continuas: $\boxed{r\equiv\dfrac{x-p_1}{d_1}=\dfrac{y-p_2}{d_2}=\dfrac{z-p_3}{d_3}}$ $\boxed{r(A,B)\equiv\begin{cases}x=a_1+\lambda(b_1-a_1)\\y=a_2+\lambda(b_2-a_2)\\x=a_3+\lambda(b_3-a_3)\end{cases}}$

Implícitas (o cartesianas): $\boxed{r\equiv\begin{cases}A_1x+B_1y+C_1z+D_1=0\\A_2x+B_2y+C_2z+D_2=0\end{cases},\ \text{con}\ \overrightarrow{d_r}=\begin{vmatrix}\vec{\imath}&\vec{\jmath}&\vec{k}\\A_1&B_1&C_1\\A_2&B_2&C_2\end{vmatrix}}$

6. Ecuación de un plano $\pi\equiv\{P(p_1,p_2,p_3),\ \vec{u}=(u_1,u_2,u_3),\ \vec{v}=(v_1,v_2,v_3)\}$

Ecuación vectorial: : $\boxed{\pi\equiv\overrightarrow{OX}=\overrightarrow{OP}+\lambda\vec{u}+\mu\vec{v}}$ E. Paramétricas: $\boxed{\pi\equiv\begin{cases}x=p_1+\lambda u_1+\mu v_1\\y=p_2+\lambda u_2+\mu v_2\\x=p_3+\lambda u_3+\mu v_3\end{cases}}$

Ecuación continua: $\boxed{\pi\equiv\begin{vmatrix}x-p_1&y-p_2&z-p_3\\u_1&u_2&u_3\\v_1&v_2&v_3\end{vmatrix}=0}$

Ecuación general (o implícita): $\boxed{\pi\equiv Ax+By+Cz+D=0}$ $\boxed{\overrightarrow{n_\pi}=(A,B,C)\perp\pi}$

Ecuación canónica: $\boxed{\pi\equiv\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}+\dfrac{z}{c}=1}$ $\boxed{\pi(P,Q,T)\equiv\begin{vmatrix}1&x&y&z\\1&p_1&p_2&p_3\\1&q_1&q_2&q_3\\1&t_1&t_2&t_3\end{vmatrix}=0}$

7. Posición relativa recta-recta: $\begin{cases} r \equiv \{P(p_1, p_2, p_3), \overrightarrow{d_r} = (d_1, d_2, d_3)\} \\ s \equiv \{Q(q_1, q_2, q_3), \overrightarrow{d_s} = (\delta_1, \delta_2, \delta_3)\} \end{cases}$

$$\boxed{\begin{array}{c} \overrightarrow{d_r} \parallel \overrightarrow{d_s} \wedge P \notin s \to r \parallel s \text{ (paralelas)} \\ \overrightarrow{d_r} \parallel \overrightarrow{d_s} \wedge P \in s \to r = s \text{ (coincidentes)} \\ \overrightarrow{d_r} \text{ No} \parallel \overrightarrow{d_s} \wedge \left[\overrightarrow{PQ}, \overrightarrow{d_r}, \overrightarrow{d_s}\right] \neq 0 \to r \text{ y } s \text{ se cruzan (alabeadas)} \\ \overrightarrow{d_r} \text{ No} \parallel \overrightarrow{d_s} \wedge \left[\overrightarrow{PQ}, \overrightarrow{d_r}, \overrightarrow{d_s}\right] = 0 \to r \text{ y } s \text{ se cortan (concurrentes)} \end{array}}$$

Punto de corte: $\begin{cases} p_1 + \lambda d_1 = q_1 + \mu\delta_1 \\ p_2 + \lambda d_2 = q_2 + \mu\delta_2 \to \lambda, \mu \\ p_3 + \lambda d_3 = q_3 + \mu\delta_3 \end{cases}$

8. Posición relativa recta-plano: $\begin{cases} r \equiv \{P(p_1, p_2, p_3), \overrightarrow{d_r} = (d_1, d_2, d_3)\} \\ \pi \equiv Ax + By + Cz + D = 0 \end{cases}$

$$\boxed{\begin{array}{c} \overrightarrow{d_r} \cdot \overrightarrow{n_\pi} = 0 \wedge P \in \pi \to r \subset \pi \text{ (contenida)} \\ \overrightarrow{d_r} \cdot \overrightarrow{n_\pi} = 0 \wedge P \notin \pi \to r \parallel \pi \text{ (paralela)} \\ \overrightarrow{d_r} \cdot \overrightarrow{n_\pi} \neq 0 \to \exists!\, M = r \cap \pi \text{ (incidente)} \end{array}}$$

Punto de corte: $A(p_1 + \lambda d_1) + B(p_2 + \lambda d_2) + C(p_3 + \lambda d_3) + D = 0 \to \lambda$

9. Posición relativa plano-plano: $\begin{cases} \pi \equiv A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0 \\ \gamma \equiv A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0 \end{cases}$

$$\boxed{\begin{array}{l} \overrightarrow{n_\pi} \parallel \overrightarrow{n_\gamma} \to \begin{cases} \dfrac{A_1}{A_2} = \dfrac{B_1}{B_2} = \dfrac{C_1}{C_2} = \dfrac{D_1}{D_2} \to \pi = \gamma \\ \dfrac{A_1}{A_2} = \dfrac{B_1}{B_2} = \dfrac{C_1}{C_2} \neq \dfrac{D_1}{D_2} \to \pi \parallel \gamma \end{cases} \\ \overrightarrow{n_\pi} \text{ No} \parallel \overrightarrow{n_\gamma} \to \exists!\, r = \pi \cap \gamma \text{ (arista del diedro)} \end{array}} \quad r \equiv \begin{cases} A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0 \\ A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0 \end{cases}$$

10. Distancias:

Distancia entre puntos: $\boxed{d(A,B) = \left|\overrightarrow{AB}\right| = \sqrt{(b_1 - a_1)^2 + (b_2 - a_2)^2 + (b_3 - a_3)^2}}$

Distancia punto-recta: $\begin{cases} Q(q_1, q_2, q_3) \\ r \equiv \{P(p_1, p_2, p_3), \overrightarrow{d_r} = (d_1, d_2, d_3)\} \end{cases} \to \boxed{d(P, r) = \dfrac{\left|\overrightarrow{PQ} \times \overrightarrow{d_r}\right|}{\left|\overrightarrow{d_r}\right|}}$

Distancia punto-plano: $\begin{cases} P(p_1, p_2, p_3) \\ \pi \equiv Ax + By + Cz + D = 0 \end{cases} \to \boxed{d(P, \pi) = \dfrac{|Ap_1 + Bp_2 + Cp_3 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}}$

Distancia rectas alabeadas: $\begin{cases} r \equiv \{P(p_1, p_2, p_3), \overrightarrow{d_r} = (d_1, d_2, d_3)\} \\ s \equiv \{Q(q_1, q_2, q_3), \overrightarrow{d_s} = (\delta_1, \delta_2, \delta_3)\} \end{cases} \to \boxed{d(r, s) = \dfrac{\left|\left[\overrightarrow{PQ}, \overrightarrow{d_r}, \overrightarrow{d_s}\right]\right|}{\left|\overrightarrow{d_r} \times \overrightarrow{d_s}\right|}}$

11. Área del triángulo ΔABC: $\boxed{S = \dfrac{1}{2}\left|\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}\right|}$ Volumen del tetraedro ABCD: $\boxed{V = \dfrac{1}{6}\left|\left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}\right]\right|}$

12. Ángulos y perpendicularidad:

Entre rectas: $\boxed{\cos\alpha = \dfrac{\left|\overrightarrow{d_r} \cdot \overrightarrow{d_s}\right|}{\left|\overrightarrow{d_r}\right|\left|\overrightarrow{d_s}\right|}}$ Recta-plano: $\boxed{\sin\alpha = \dfrac{\left|\overrightarrow{n_\pi} \cdot \overrightarrow{d_r}\right|}{\left|\overrightarrow{n_\pi}\right|\left|\overrightarrow{d_r}\right|}}$ Ángulo diedro: $\boxed{\cos\alpha = \dfrac{\left|\overrightarrow{n_\pi} \cdot \overrightarrow{n_\gamma}\right|}{\left|\overrightarrow{n_\pi}\right|\left|\overrightarrow{n_\gamma}\right|}}$

$\boxed{r \perp s \leftrightarrow \overrightarrow{d_r} \cdot \overrightarrow{d_s} = 0}$ $\boxed{r \perp \pi \leftrightarrow \overrightarrow{n_\pi} \parallel \overrightarrow{d_r}}$ $\boxed{\pi \perp \gamma \leftrightarrow \overrightarrow{n_\pi} \cdot \overrightarrow{n_\gamma} = 0}$

13. Esfera de centro $C(c_1, c_2, c_3)$ y radio $R > 0$:

$\boxed{(x - c_1)^2 + (y - c_2)^2 + (z - c_3)^2 = R^2} \to \boxed{x^2 + y^2 + z^2 + Ex + Fy + Gz + H = 0}$