EvAU 2018 Propuesta A

Castilla-La Mancha

Ejercicio 1. Considera el siguiente problema de programación lineal:

Minimizar la función $F = -x + 6y$, sujeta a las siguientes restricciones:

$$x + 7y \leq 58 \quad ; \quad 4x + 5y \geq 48 \quad ; \quad 3x - 2y \leq 13$$

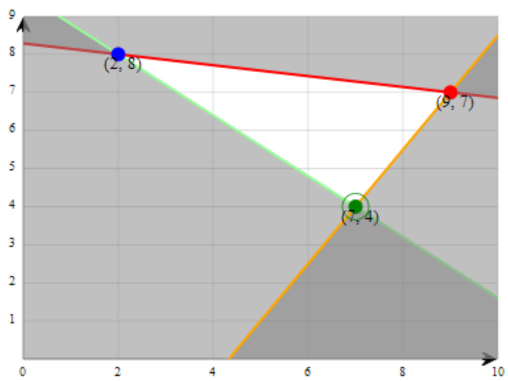
a) Dibuja la región factible.

b) Determina los vértices de la región factible.

c) Indica la solución óptima del problema dado y su valor.

Solución a) Resolemos gráficamente el sistema de inecuaciones que forma el conjunto de restricciones dado:

$$\begin{cases} x + 7y \leq 58 \\ 4x + 5y \geq 48 \\ 3x - 2y \leq 13 \end{cases}$$



b) Buscamos los vértices del polígono $A(2,8)$, $B(9,7)$, $C(7,4)$.

c) A continuación, sustituimos en la función objetivo $F(x,y) = -x + 6y$ los valores (x,y) de cada uno de los vértices del polígono convexo que forma la región solución:

$$F(2,8) = -2 + 6 \cdot 8 = 46; \quad F(9,7) = -9 + 6 \cdot 7 = 33; \quad F(7,4) = -7 + 6 \cdot 4 = 17$$

El valor mínimo de la función objetivo es $\boxed{17}$ y ocurre en el punto $\boxed{(7,4)}$ porque el valor que toma la función objetivo en este punto es el más pequeño.

Ejercicio 2. En la bodega de Antonio hay botellas de vino blanco, de vino tinto y de vino rosado. Si sumamos las botellas de vino blanco con las de tinto obtenemos el triple de las botellas de rosado. La suma de las botellas de tinto con las de rosado supera en 40 unidades a las botellas de blanco. Además sabemos que Antonio tiene en su bodega 280 botellas.

a) Plantea un sistema de ecuaciones que nos permita averiguar cuántas botellas hay de cada tipo de vino.

b) Resuelve el sistema planteado en el apartado anterior.

Solución a) Las incógnitas son:

$$x \to \text{botellas de vino blanco}$$
$$y \to \text{botellas de vino tinto}$$
$$z \to \text{botellas de vino rosado}$$

Las condiciones son:

- Si sumamos las botellas de vino blanco con las de tinto obtenemos el triple de las botellas de rosado:
$$x+y=3z \Rightarrow x+y-3z=0$$
- La suma de las botellas de tinto con las de rosado supera en 40 unidades a las botellas de blanco:
$$y+z=x+40 \Rightarrow x-y-z=-40$$
- Antonio tiene en su bodega 280 botellas:
$$x+y+z=280$$

El sistema es:

$$\boxed{\begin{cases} x+y-3z=0 \\ x-y-z=-40 \\ x+y+z=280 \end{cases}}$$

b) La matriz del sistema es:

$$M=\begin{pmatrix} 1 & 1 & -3 \\ 1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

que es de rango 3, ya que $|M|=-8$. El sistema es compatible y determinado.

Resolemos el sistema. Lo podemos hacer por reducción. Sumando las dos últimas ecuaciones, tenemos:

$$2x=240 \Rightarrow \boxed{x=120}$$

Y ahora sustituimos el valor encontrado de la x en el sistema formada por las dos primeras ecuaciones:

$$\begin{cases} y-3z=-120 \\ -y-z=-160 \end{cases} \Rightarrow -4z=-280 \Rightarrow \boxed{z=70}, \boxed{y=90}$$

Ejercicio 3. Se considera la función $f(x)=\begin{cases} |x+2|+t & si \quad x\leq 0 \\ (x-t)^2 & si \quad x>0 \end{cases}$

a) ¿Para qué valor de t la función $f(x)$ es continua en $x=0$?

b) Calcula los extremos relativos de la función $f(x)$ en el intervalo $(0,+\infty)$ con $t=3$.

c) Calcula los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función $f(x)$ en $(0,+\infty)$ con $t=3$.

Solución Antes de empezar el ejercicio, tenemos que convertir el valor absoluto en una función a trozos. Tenemos que:

$$|x+2|=\begin{cases} x+2 & si \quad x+2\geq 0 \\ -(x+2) & si \quad x+2<0 \end{cases} = \begin{cases} x+2 & si \quad x\geq -2 \\ -x-2 & si \quad x<-2 \end{cases}$$

Por tanto nuestra función f se convierte en:

$$f(x) = \begin{cases} -x-2+t & si \quad x<-2 \\ x+2+t & si \quad -2\leq x\leq 0 \\ (x-t)^2 & si \quad x>0 \end{cases}$$

El dominio de la función es $D_f = \mathbb{R}$.

a) Vamos a estudiar la continuidad en $x=0$:

$$\lim_{x\to 0^-} f(x) = \lim_{x\to 0^-} (x+2+t) = 0+2+t = t+2$$

$$\lim_{x\to 0^+} f(x) = \lim_{x\to 0^+} (x-t)^2 = (0-t)^2 = (-t)^2 = t^2$$

Cómo que $f(0) = t+2$. Para que sea contínua en $x=0$ se debe cumplir que $t+2=t^2$, esto es, si:

$$t^2-t-2=0 \Rightarrow t = \frac{1\pm\sqrt{(-1)^2-4\cdot 1\cdot(-2)}}{2\cdot 1} = \frac{1\pm 3}{2} \Rightarrow \boxed{t=2}; \boxed{t=-1}$$

b) Aquí sólo tenemos que considerar que $f(x)=(x-3)^2 = x^2-6x+9$ porque estamos hablando en el intervalo $(0,+\infty)$. Empezamos por calcular $f'(x)$ y encontramos los valores que la anulan, ya que los extremos relativos son los valores que verifican $f'(x)=0$.

$$f'(x) = 2x-6$$

$$f'(x)=0 \Rightarrow 2x-6=0 \Rightarrow \boxed{x=3}$$

Hay un extremo relativo

c) Tenemos que estudiar la monotonía alrededor de $x=3$. Calculemos $f'(2,9)$ y $f'(3,1)$ ya que $2,9<3<3,1$:

$f'(2,9) = -0,2<0,$ la función es decreciente

$f'(3,1) = 0,2>0,$ la función es creciente.

En el punto $x=3$ hay un mínimo relativo de la función. La función es decreciente en $(0,3)$ y creciente en $(3,+\infty)$.

Ejercicio 4. Dada la función $f(x) = ax^5+bx^3+c$ se pide que calcules los parámetros a, b y c sabiendo que dos de los puntos de inflexión de esta función son: $(0,0)$ y $(1,7)$.

Solución La función f pasa por $(0,0)$ y por $(1,7)$, por tanto, tenemos que:

$$f(0)=0 \Rightarrow a\cdot 0^5+b\cdot 0^3+c=0 \Rightarrow \boxed{c=0}$$

$$f(1)=7 \Rightarrow a\cdot 1^5+b\cdot 1^3+0=7 \Rightarrow a+b=7$$

Tenemos que $f'(x)=5ax^4+3bx^2 \Rightarrow f''(x)=20ax^3+6bx$Como que también tiene un punto de inflexión en estos dos puntos, tenemos que:

$$f''(0)=0 \Rightarrow 20a\cdot 0^3+6b\cdot 0=0=0$$

$$f''(1)=0 \Rightarrow 20a\cdot 1^3+6b\cdot 1=0 \Rightarrow 20a+6b=0 \Rightarrow 10a+3b=0$$

Luego, resolvemos el sistema formado por $a+b=7$ y $10a+3b=0$. De la primera ecuación, $b=7-a$ y sustituyendo en la segunda:

$$10a+3(7-a)=0 \Rightarrow 10a+21-3a=0 \Rightarrow 7a=-21 \Rightarrow \boxed{a=-3} \Rightarrow b=7-(-3) \Rightarrow \boxed{b=10}$$

Ejercicio 5. El 10% de los habitantes de una región padece cierta enfermedad. Para diagnosticar la misma, se dispone de un procedimiento que no es completamente fiable, ya que da positivo en el 97% de los casos de personas con la enfermedad, pero también da positivo en el 1% de personas que no padecen la enfermedad.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que una persona obtenga un diagnóstico positivo?

b) Si una persona obtiene negativo en el test, ¿cuál es la probabilidad de que tenga la enfermedad?

Solución Sean los sucesos:

$$A_1 = \{\text{la persona padece la enfermedad}\},$$

$$A_2 = \{\text{la persona no padece la enfermedad}\}.$$

De acuerdo a los datos del problema, $P(A_1) = 0.1$ y, por complementación de sucesos,

$$P(A_2) = 1 - 0.1 = 0.9.$$

Sean, asimismo, los sucesos:

$$T^+ = \{\text{el resultado del procedimiento es positivo}\},$$

$$T^- = \{\text{el resultado del procedimiento es negativo}\}.$$

Conforme a los datos que nos proporcionan, sabemos que:

$$P(T^+/A_1) = 0.97 \quad \text{y} \quad P(T^+/A_2) = 0.01.$$

Por tratarse de sucesos condicionados complementarios de los anteriores:

$$P(T^-/A_1) = 0.03 \quad \text{y} \quad P(T^-/A_2) = 0.99.$$

a) La probabilidad de que una persona obtenga un diagnóstico positivo viene dada por $P(T^+)$, la cual, en virtud del Teorema de la Probabilidad Total, puede ser calculada como:

$$P(T^+) = P(A_1) \cdot P(T^+/A_1) + P(A_2) \cdot P(T^+/A_2) = 0.1 \cdot 0.97 + 0.9 \cdot 0.01 = \boxed{0.106}$$

b) La probabilidad de que tenga la enfermedad sabiendo que obtiene negativo en el test viene dada por $P(A_1/T^-)$, la cual, en virtud del Teorema de Bayes, puede ser calculada como:

$$P(A_1/T^-) = \frac{P(A_1) \cdot P(T^-/A_1)}{P(T^-)} = \frac{P(A_1) \cdot P(T^-/A_1)}{1 - P(T^+)} =$$

$$= \frac{0.1 \cdot 0.03}{1 - 0.106} = \boxed{0.003356}$$

Ejercicio 6. Para hacer un estudio del uso de las nuevas tecnologías (NT) por parte de los jóvenes de un centro escolar, se tomó una muestra aleatoria de 10 menores, siendo el número de horas semanales[1] que hacían uso de las nuevas tecnologías: 4.2, 4.6, 5, 5.7, 5.8, 5.9, 6.1, 6.2, 6.5 y 7.3 respectivamente. Sabiendo que la variable "número de horas diarias de uso de NT" sigue una distribución normal de desviación típica 2.1 horas, se pide:

a) Halla el intervalo de confianza para el número medio diario de horas que hacen uso de las nuevas tecnologías de los alumnos de dicho centro con un nivel de confianza del 97%.

b) Explica razonadamente, cómo podríamos disminuir la amplitud del intervalo de confianza.

c) ¿Crees que la media poblacional μ del número medio de horas es 4 horas con una probabilidad del 90%? Razona tu respuesta.

Solución Tenemos del enunciado que:

$$n = 10 \quad \text{y} \quad \bar{x} = \frac{4.2 + 4.6 + 5 + 5.7 + 5.8 + 5.9 + 6.1 + 6.2 + 6.5 + 7.3}{10} = 5.73$$

$$\sigma = 2.1$$

[1] Creo que hay un error en esta parte. Tendría que ser horas diarias. La variable debería ser el número de horas diarias, porque si no tienes que inferir que el número de horas diarias de cada joven es su número de horas semanales divido entre 7... Y si no lo consideras, el problema se complica notablemente.

a) El intervalo de confianza es $I = (\bar{x} - E, \bar{x} + E)$, con $E = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$.

$$1 - \alpha = 0.97 \Rightarrow \alpha = 0.03 \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0.015 \Rightarrow 1 - \frac{\alpha}{2} = 0.985 \Rightarrow P(Z < z_{\alpha/2}) = 0.985 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow z_{\alpha/2} = 2.17 \Rightarrow E = 2.17 \cdot \frac{2.1}{\sqrt{10}} \approx 1.441 \Rightarrow I = (5.73 - 1.441, 5.73 + 1.441) = \boxed{(4.289, 7.171)}$$

b) Evidentemente existe un factor que influye en la amplitud de un intervalo pero que no es susceptible de ser modificado por el investigador; este factor es la varianza: a mayor varianza tendremos más variabilidad relativa por lo que el intervalo será mayor (más amplio).

El investigador puede modificar el tamaño muestral, a mayor tamaño muestral el intervalo se hace más preciso y por tanto menos amplio. Es lógico dado que a mayor información (muestra) más precisión en la estimación.

El investigador puede, también, modificar el nivel de confianza, a mayor nivel de confianza, mayor amplitud del intervalo y viceversa; lógico si pensamos que para "confiar" más en lo que hemos estimado hemos de ser necesariamente menos preciso luego el intervalo (amplitud) aumenta...

c) **No**. El intervalo de confianza del 90% es más pequeño que el del 97% del apartado a), y está contenido en éste. Así que si el 4 no pertenece al intervalo del 97% tampoco pertenece al del 90%.

EvAU 2018 Propuesta B

Castilla-La Mancha

Ejercicio 1. Dadas las matrices: $A = \begin{pmatrix} -1 & -2 & 0 \\ 3 & 0 & 3 \end{pmatrix}$**;** $B = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -5 & 0 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}$**;** $C = \begin{pmatrix} 4 \\ -4 \\ 1 \end{pmatrix}$**;** $D = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 3 \end{pmatrix}$

a) De los siguientes productos, explica razonadamente cuáles pueden realizarse y cuáles no:

$$A \cdot B \quad ; \quad A \cdot C \quad ; \quad A \cdot D \quad ; \quad C \cdot D.$$

b) De los productos anteriores, realiza correctamente aquéllos que den como resultado una matriz cuadrada.

Solución a) La matriz A es de orden $(2,3)$ y la matriz B es de orden $(3,2)$, como que las filas de A (3) coincide con el número de columnas de B (3), se pueden multiplicar, y el resultado es una matriz cuadrada de orden $(2,2)$.

La matriz A es de orden $(2,3)$ y la matriz C es de orden $(3,1)$, como que las filas de A (3) coincide con el número de columnas de C (3), se pueden multiplicar, y el resultado es una matriz de orden $(2,1)$.

La matriz A es de orden $(2,3)$ y la matriz D es de orden $(1,3)$, como que las filas de A (3) no coincide con el número de columnas de D (1), no se pueden multiplicar.

La matriz C es de orden $(3,1)$ y la matriz D es de orden $(1,3)$, como que las filas de C (1) coincide con el número de columnas de D (1), se pueden multiplicar, y el resultado es una matriz cuadrada de orden $(3,3)$.

b) Vamos a realizar los productos: $A \cdot B$ y $C \cdot D$.

$$A \cdot B = \begin{pmatrix} -1 & -2 & 0 \\ 3 & 0 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -5 & 0 \\ -1 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2+10 & -2 \\ 6-3 & 6-9 \end{pmatrix} = \boxed{\begin{pmatrix} 8 & -2 \\ 3 & -3 \end{pmatrix}}$$

$$C \cdot D = \begin{pmatrix} 4 \\ -4 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & -1 & 3 \end{pmatrix} = \boxed{\begin{pmatrix} 0 & -4 & 12 \\ 0 & 4 & -12 \\ 0 & -1 & 3 \end{pmatrix}}$$

Ejercicio 2. Cierto concesionario de automóviles posee una nave industrial en la que guardan 100 **automóviles dispuestos para su venta inmediata. Los coches guardados en la nave son de tres tipos: gasolina, diésel e híbridos. Los más numerosos son los coches diésel, y la diferencia entre los diésel y los de gasolina es igual a la mitad del número de híbridos. Los menos numerosos son los híbridos, y la diferencia entre los de gasolina y los híbridos es igual a la tercera parte de los diésel.**

a) Plantea un sistema de ecuaciones que nos permita averiguar cuántos coches hay de cada tipo.

b) Resuelve el sistema planteado en el apartado anterior.

Solución a) Las incógnitas son:

$x \rightarrow$ número de coches de gasolina

$y \rightarrow$ número de coches diésel

$$z \to \text{número de coches híbridos}$$

Condiciones:

- Número total de coches 100:
$$x + y + z = 100$$
- La diferencia (resta) entre los diésel y los de gasolina es igual a la mitad de híbridos:
$$y - x = \frac{1}{2}z \Rightarrow x - y + \frac{1}{2}z = 0 \Rightarrow 2x - 2y + z = 0$$
- La diferencia (resta) entre los de gasolina y los híbridos es igual a la tercera parte de los de diésel:
$$x - z = \frac{1}{3}y \Rightarrow x - \frac{1}{3}y - z = 0 \Rightarrow 3x - y - 3z = 0$$

El sistema es:

$$\boxed{\begin{cases} x + y + z = 100 \\ 2x - 2y + z = 0 \\ 3x - y - 3z = 0 \end{cases}}$$

b) La matriz del sistema es: $M = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & -2 & 1 \\ 3 & -1 & -3 \end{pmatrix}$. $|M| = 20 \neq 0$. Por tanto, el sistema es compatible determinado. Vamos a resolver el sistema aplicando el método de Gauss:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 100 \\ 2 & -2 & 1 & 0 \\ 3 & -1 & -3 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_2 \to E_2 - 2E_1, E_3 \to E_3 - 3E_1} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 100 \\ 0 & -4 & -1 & -200 \\ 0 & -4 & -6 & -300 \end{pmatrix} \to$$

$$\xrightarrow{E_3 \to E_3 - E_2} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 100 \\ 0 & -4 & -1 & -200 \\ 0 & 0 & -5 & -100 \end{pmatrix}$$

Tenemos que el sistema reducido es:

$$\begin{cases} x + y + z = 100 \\ -4y - z = -200 \\ -5z = -100 \end{cases}$$

$$-5z = -100 \Rightarrow z = \frac{-100}{-5} = 20$$

$$-4y - z = -200 \Rightarrow 4y = 200 - z \Rightarrow y = \frac{200 - z}{4} = \frac{200 - 20}{4} = 45$$

$$x + y + z = 100 \Rightarrow x = 100 - y - z = 100 - 45 - 20 = 35$$

Tenemos que:

$$\boxed{x = 35 \quad y = 45 \quad z = 20}$$

Ejercicio 3. Se considera la función $f(x) = \begin{cases} x + t & si \quad x < -1 \\ 4 & si \quad -1 \leq x \leq 1 \\ (x-4)^2 - 5 & si \quad x > 1 \end{cases}$

a) Halla el valor de t para que f sea continua en $x = -1$.

b) Para $t = 3$, representa gráficamente la función f.

Solución a) El dominio de la función es $D(f) = \mathbb{R}$. f es contínua en los intervalos abiertos $(-\infty, -1)$, $(-1, 1)$ y $(1, +\infty)$ ya que en cada unos de ellos es una función polinómica que es una función contínua. Estudiemos la continuidad en $x = -1$:

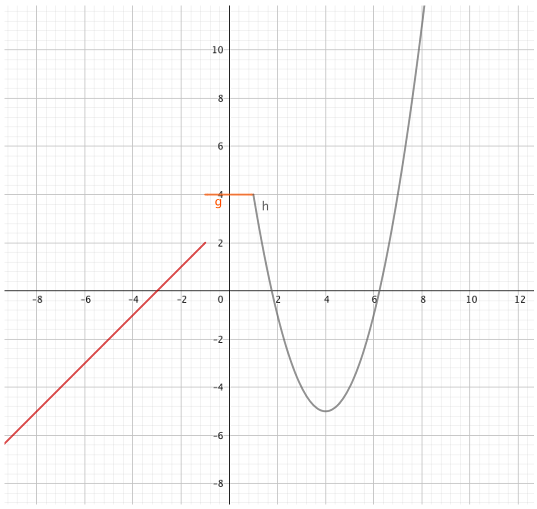
$$f(-1) = \lim_{x \to -1^+} f(x) = 4$$

$$\lim_{x \to -1^-} f(x) = \lim_{x \to -1^-} (x + t) = -1 + t$$

Para que sea contínua en $x = -1$, se debe cumplir:

$$4 = -1 + t \Rightarrow t = 4 + 1 \Rightarrow \boxed{t = 5}$$

b) No hay dificultad para representar esta función porque solamente tenemos rectas y parábolas. La representación gráfica es la siguiente:



Ejercicio 4. Un paciente está siendo sometido a un tratamiento experimental y para ello estudiamos entre las 0 y las 9 horas de un día su concentración en sangre de cierta proteína, en mg/litro. Esa concentración se ajusta a la función: $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 4x^2 + 7x + 40$ donde $f(x)$ está en mg/litro y x en horas, con $0 \leq x \leq 9$.

a) Determina cuáles son los valores inicial ($x = 0$) y final $(x = 9)$ de la concentración de esa proteína en la sangre del paciente.

b) Determina los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la concentración.

c) Determina en qué horas se alcanzan los valores máximo y mínimo respectivamente de la concentración de la proteína, y qué valores son esos.

Solución El dominio de la función $f(x)$ es $[0, 9]$. Es contínua en todo su dominio porque es una función polinómica.

a) En este apartado, nos piden encontrar la imagen de los dos valores dados.

$$f(0) = \frac{1}{3}0^3 - 4 \cdot 0^2 + 7 \cdot 0 + 40 = \boxed{40 \text{ mg/litro}}$$

$$f(9) = \frac{1}{3}9^3 - 4 \cdot 9^2 + 7 \cdot 9 + 40 = \boxed{22 \text{ mg/litro}}$$

b) Calculamos la primera derivada y la igualamos a cero:

$$f'(x) = 3\frac{1}{3}x^2 - 4 \cdot 2x + 7 = x^2 - 8x + 7$$

$$f'(x)=0 \Rightarrow x=\frac{8\pm\sqrt{(-8)^2-4\cdot 1\cdot 7}}{2\cdot 1}=\frac{8\pm 6}{2}\Rightarrow x_1=7,\quad x_2=1$$

	$(0,1)$	$(1,7)$	$(7,9)$
Signo $f'(x)$	$+$	$-$	$+$
Función f(x)	Creciente	Decreciente	Creciente

A partir de la tabla vemos que la concentración es creciente en $(0,1)\cup(7,9)$ y decreciente en $(1,7)$.

c) A partir de la tabla, vemos que el máximo se encuentra en $x=1$ hora y vale $f(1)=\frac{1}{3}1^3-4\cdot 1^2+7\cdot 1+40=\frac{130}{3}$ mg/litro.

También vemos que el mínimo se encuentra en $x=7$ horas y vale $f(7)=\frac{1}{3}7^3-4\cdot 7^2+7\cdot 7+40=\frac{22}{3}$ mg/litro.

Ejercicio 5. En una clase de 27 alumnos, 14 son de Albacete, 5 son de Cuenca y 8 de Toledo.

a) Se sortean dos entradas entre todos los alumnos, ¿cuál es la probabilidad de que ambas entradas le toquen a alumnos que no son de Albacete? (pueden tocarle al mismo alumno las dos entradas).

b) Si sorteamos 5 entradas, de una en una, de forma que no participa en el sorteo la persona que ya le haya tocado una entrada, ¿cuál es la probabilidad de que las 5 sean para alumnos de Cuenca?

Solución a) Definimos los siguientes sucesos:

$A_1 \equiv$ La 1ª entrada le toca a uno de Albacete

$A_2 \equiv$ La 2ª entrada le toca a uno de Albacete

Como que son sucesos independientes:

$$P(\bar{A}_1\cap\bar{A}_2)=\frac{27-14}{27}\cdot\frac{27-14}{27}=\left(\frac{13}{27}\right)^2=\boxed{\frac{169}{729}}$$

Con combinatoria:

$$\frac{VR_{13,2}}{VR_{27,2}}$$

b) En este caso son sucesos no independientes:

$$P(C_1\cap C_2\cap C_3\cap C_4\cap C_5)=\frac{5}{27}\cdot\frac{4}{26}\cdot\frac{3}{25}\cdot\frac{2}{24}\cdot\frac{1}{23}=\boxed{\frac{1}{80730}}$$

Con combinatoria:

$$\frac{V_{5,5}}{V_{7,5}}$$

Ejercicio 6. El tiempo de conexión a internet por semana de los alumnos de una universidad sigue una distribución normal de media desconocida y desviación típica $\sigma=1$ hora. Se eligió una muestra aleatoria de 100 alumnos y se observó que la media de tiempo en internet para esa muestra era de 5 horas.

a) Halla un intervalo de confianza para la media de tiempo de conexión a internet con un nivel de confianza del 95%.

b) ¿Se puede admitir que la media poblacional sea $\mu=4$ horas con un nivel de confianza del 95%? Explica razonadamente cómo se podría aumentar o disminuir la amplitud del intervalo. Razona tus respuestas.

c) **¿Cuál sería el error máximo admisible si se hubiera utilizado una muestra de tamaño** 100 **y un nivel de confianza del** 94.64%**?**

Solución

$$X \sim N(\mu, 1), \quad n = 100, \quad \bar{x} = 5$$

a)

$$1 - \alpha = 0.95 \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0.025 \Rightarrow 1 - \frac{\alpha}{2} = 0.075 \Rightarrow z_{\alpha/2} = 1.96$$

$$I = (\bar{x} - E, \bar{x} + E), \quad \text{con} \quad E = z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1.96 \cdot \frac{1}{\sqrt{100}} = 0.196 \Rightarrow \boxed{I = (4.804, 5.196)}$$

b) Como $4 \notin (4.804, 5.196)$, **no**.

Para disminuit la amplitud del intervalo, sería menester aumentar el tamaño de la muestra o bien disminuit el nivel de confianza.

c)

$$1 - \alpha = 0.9464 \Rightarrow \alpha = 0.0536 \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0.0268 \Rightarrow 1 - \frac{\alpha}{2} = 0.9732 \Rightarrow z_{\alpha/2} = 1.93$$

$$E = 1.93 \cdot \frac{1}{\sqrt{100}} = \boxed{0.193\,\text{h}}$$