EvAU 2018 Propuesta A

Castilla-La Mancha

Ejercicio 1. Un satélite de comunicaciones describe una órbita ecuatorial de modo que su velocidad angular es igual a la velocidad angular de la Tierra, por lo que visto desde la superficie siempre mantiene su posición fija sobre el mismo punto del ecuador (órbita geoestacionaria).

(a) Calcular en km el radio de la órbita del satélite y su altura sobre la superficie.

(b) La masa del satélite es $m = 2500\ kg$. Calcular su energía cinética.

(c) Consideremos un satélite geoestacionario en órbita alrededor de otro planeta de la misma masa que la Tierra, pero cuyo periodo de rotación fuese 48 horas en lugar de 24. Explicar razonadamente si el radio de la órbita geoestacionaria alrededor de ese planeta sería mayor o menor.

Datos. Constante gravitación $G = 6.67 \cdot 10^{-11}\ Nm^2kg^{-2}$. Tierra: masa $= 5.98 \cdot 10^{24}\ kg$; radio $= 6370\ km$.

Solución Estamos hablando de una órbita geoestacionaria que es una órbita con una excentricidad nula, o sea, una órbita circular. Como que la velocidad angular del satélite es igual a la de la Tierra, entonces sus períodos seran iguales. Sabemos que el período de rotación de la Tierra es de $T = 24\ h$ que si lo convertimos al Sistema Internacional, tenemos que:

$$T = 24\ h \cdot \frac{3600\ s}{1\ h} = 86400\ s$$

Convertimos el radio de la Tierra en m:

$$R_T = 6370\ km \cdot \frac{1000\ m}{1\ km} = 6.37 \cdot 10^6\ m$$

(a) Cómo que el satélite se mueve en órbitas circulares, se moverá con velocidad constante, por lo que aplicando la segunda ley de Newton en un movimiento circular uniforme se tiene:

$$\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a} = m \cdot \frac{\vec{v}^2}{\vec{r}}$$

En este caso, la fuerza responsable del movimiento del satélite en órbitas es la atracción gravitatoria por parte de la Tierra, por lo tanto, tomando módulos:

$$G \cdot \frac{m \cdot M_T}{r^2} = m \cdot \frac{v^2}{r}$$

donde m es la masa del satélite y M_T la masa de la Tierra. En este caso, es más útil utilizar la fórmula de la acceleración centrípeta con la velocidad angular para relacionarlo con el periodo:

$$G \cdot \frac{m \cdot M_T}{r^2} = m \cdot \omega^2 \cdot r$$

Si sustituimos $\omega = \dfrac{2\pi}{T}$, y simplificamos las masas del satélite en la expresión anterior, tenemos que:

$$G \cdot \frac{M_T}{r^2} = \frac{4\pi^2}{T^2} \cdot r$$

Si despejamos el radio de la órbita del satélite r:

$$G \cdot M_T = \frac{4\pi^2}{T^2} \cdot r^3 \Rightarrow r^3 = \frac{G \cdot M_T \cdot T^2}{4\pi^2} \rightarrow r = \sqrt[3]{\frac{G \cdot M_T \cdot T^2}{4\pi^2}}$$

Sustituyendo, tenemos que el radio de la órbita del satélite es de:

$$r = \sqrt[3]{\frac{(6.67 \cdot 10^{-11}\ Nm^2kg^{-2}) \cdot (5.98 \cdot 10^{24}\ kg) \cdot (86400\ s)^2}{4\pi^2}} = 42.25 \cdot 10^6\ m \Rightarrow \boxed{r = 4.225 \cdot 10^4\ km}$$

Su altura sobre la superfície será la diferencia entre su radio y el radio de la Tierra:

$$h = r - R_T = (4.225 \cdot 10^4\ km) - (6370\ km) \Rightarrow \boxed{h = 35880.47\ km}$$

(b) Para calcular la energía cinética del satélite, primero necesitamos su velocidad:

$$v = \omega \cdot r = \frac{2\pi r}{T} = \frac{2\pi(42.25 \cdot 10^6\ m)}{86400\ s} = 3072.54\ m/s$$

La energía cinética viene dada por:

$$E_c = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot (2500\ kg) \cdot (3072.54\ m/s)^2 \Rightarrow \boxed{E_c = 1.18 \cdot 10^{10}\ J}$$

(c) Vemos que el periodo del nuevo planeta es $T' = 2T$, si nos vamos a la ecuación que hemos obtenido en el apartado a) para el radio de la órbita, tenemos que:

$$r = \sqrt[3]{\frac{G \cdot M_T \cdot T^2}{4\pi^2}}$$

En el nuevo planeta, tenemos que:

$$r = \sqrt[3]{\frac{G \cdot M_T \cdot (2T)^2}{4\pi^2}} = \sqrt[3]{\frac{G \cdot M_T \cdot 4T^2}{4\pi^2}} = \sqrt[3]{\frac{G \cdot M_T \cdot T^2}{\pi^2}}$$

Claramente, observamos que el radio de la órbita geoestacionaria alrededor del nuevo planeta sería mayor.

Ejercicio 2. En un laboratorio de Física se han instalado dos cables rectilíneos paralelos muy largos separados por una distancia de $80\ cm$, que conducen corrientes de igual intensidad. Se observa que los dos cables se repelen entre sí con una fuerza de $10^{-4}\ N$ por metro de longitud. La permeabilidad del vacío es $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\ NA^{-2}$.

(a) Explicar razonadamente si las corrientes que transportan estos cables circulan o no en el mismo sentido. Se valorará la ilustración de la explicación con un diagrama adecuado.

(b) Calcular la corriente que circula por cada cable conductor.

(c) Calcular el campo magnético en un punto situado a medio camino entre ambos conductores. Indicar su dirección y sentido.

Solución Del enunciado, tenemos que $d = 80\ cm \cdot \frac{1\ m}{100\ cm} = 0.8\ m$, $F = 10^{-4}\ N$, $l = 1\ m$.

(a) Consideremos dos conductores paralelos y infinitos para los cuales circulan corrientes de intensidades I_1 y I_2 y que estan separados una distancia d. Lo vemos en esta figura:
Como que los dos conductores son paralelos, el primero crea un campo magnético sobre el otro de valor constante:

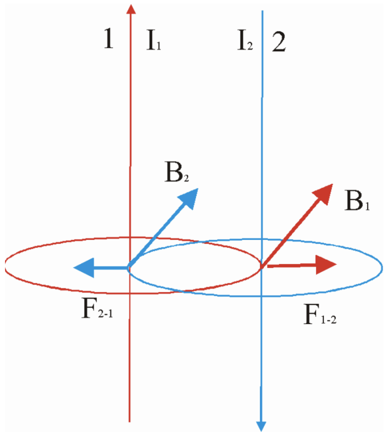
$$B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi d}$$

El sentido del campo se puede decir utilizando la regla de la mano derecha. Si consideramos un trozo del segundo conductor, de longitud l, este recibe una fuerza magnética de valor:

$$F_2 = I_2 l B_1 \sin 90^o$$

Si sustituimos el valor del campo magnético encontrado anterioramente, obtenemos:

$$F_2 = \frac{I_2 l \mu_0 I_1}{2\pi d} = \frac{\mu_0 I_1 I_2 l}{2\pi d}$$



dónde la dirección y el sentido de la fuerza se pueden conseguir mediante la regla de la mano derecha. Podemos hacer las mismas condiciones para el segundo conductor:

$$B_2 = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi d} \Rightarrow F_1 = \frac{\mu_0 I_1 I_2 l}{2\pi d}$$

Observemos que las dos fuerzas son iguales en módulo y en dirección, pero tienen sentidos contrarios. Cuando los corrientes de dos conductores paralelos tienen el mismo sentido, los dos conductores se atraen por la regla de la mano derecha. En el caso del enunciado, los dos cables se repelen, por tanto, esto es porque las corrientes que transportan estos cables circulan en sentidos contrarios como se ve en el diagrama y se puede comprobar con la regla de la mano derecha.

(b) El enunciado nos dice que por los dos cables circulan corrientes de igual intensidad, por tanto, $I_1 = I_2 = I$, y sabemos que la fuerza es:

$$F = \frac{\mu_0 I_1 I_2 l}{2\pi d} = \frac{\mu_0 I^2 l}{2\pi d} \Rightarrow I^2 = \frac{2\pi F d}{\mu_0 l} \Rightarrow I = \sqrt{\frac{2\pi F d}{\mu_0 l}} = \sqrt{\frac{2\pi(10^{-4}\ N)(0.8\ m)}{(4\pi \cdot 10^{-7}\ NA^{-2}) \cdot (1\ m)}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{I = 20\ A}$$

(c) Nos situamos en el diagrama utilizado anteriormente en el apartado a). Nos piden el campo magnético en un punto situado a medio camino entre ambos conductores, por tanto en un punt situado a $r = \frac{0.8\ m}{2} = 0.4\ m$ de los dos conductores. Aplicando la regla de la mano derecha en este punto, observamos que los sentidos de los campos magnéticos de cada conductor son perpendiculares al papel y hacia dentro; entonces, la intensidad de campo total en este punto es:

$$B = B_1 + B_2 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r} + \frac{\mu_0 I_2}{2\pi r} = \frac{\mu_0 (I_1 + I_2)}{2\pi r} = \frac{\mu_0 (2I)}{2\pi r} = \frac{\mu_0 I}{\pi r} = \frac{(4\pi \cdot 10^{-7}\ NA^{-2}) \cdot (20\ A)}{\pi (0.4\ m)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{B = 2 \cdot 10^{-5}\ T}$$

Ejercicio 3. Un silbato de ultrasonidos emite a una frecuencia de $40000\ Hz$. La velocidad de propagación en el aire es $340\ m/s$ y la longitud de onda en el agua es 4.40 veces más larga que en el aire. ¿Cuál es la velocidad de propagación y la longitud de onda en el agua?

Solución La frecuencia $f = 40000\ Hz$ no depende del medio. Tenemos que:

$$v_{ai} = \lambda_{ai} \cdot f \Rightarrow \lambda_{ai} = \frac{v_{ai}}{f} = \frac{340\ m/s}{40000\ Hz} = 0.0085\ m$$

Luego, como que la longitud de onda en el agua es 4.40 veces más larga que en el aire, tenemos que:

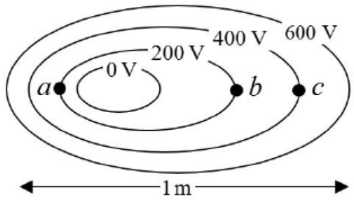
$$\lambda_{ag} = 4.40 \cdot \lambda_{ai} = 4.40 \cdot (0.0085\ m) \Rightarrow \boxed{\lambda_{ag} = 0.0374\ m}$$

Volvemos a aplicar la misma relación para encontrar la velocidad de propagación en el agua:

$$v_{ag} = \lambda_{ag} \cdot f = (0.0374\ m) \cdot (40000\ Hz) \Rightarrow \boxed{v_{ag} = 1496\ m/s}$$

Ejercicio 4. A la vista del mapa de líneas equipotenciales de la figura, explicar razonadamente a cuál de los puntos a, b, c corresponde el mayor valor del campo eléctrico (no se pide ningún cálculo cuantitativo, solo cualitativo).

Indicar cuál será su sentido en aquel punto dónde el valor del campo sea mayor.



Solución La intensidad del campo eléctrico es mayor en la región donde las líneas equipotenciales "están más proximas", porque la diferencia de potencial varía rápidamente con la distancia entre las líneas.

Tenemos que recordar que el campo es el opuesto del gradiente del potencial: $E = -\nabla V$, que en una dimensión quedaría expresado: $E = -\dfrac{dV}{dx}$, y tenemos que cuánto menor sea la longitud que separa a las líneas (dx), mayor será la intensidad del campo.

En el punto a tenemos que el módulo del campo eléctrico es mayor, porque en sus cercanías las líneas equipotenciales están más cerca unas de otras.

Su sentido será desde la línea de mayor potencial hacia la de menor potencial. Se tiene que trazar el vector aplicado en el punto a.

Ejercicio 5. Dos isótopos radioactivos 1 y 2 tienen periodos de semidesintegración T_1 y T_2, donde $T_2 = 2T_1$.

Si tenemos inicialmente una muestra de 10^{12} núcleos de cada uno de ellos (este es el número de núcleos cuando $t = 0$), copiar en el cuadernillo de examen y completar razonadamente la siguiente tabla:

Tiempo transcurrido =	$t=0$	$t=T_1$	$t=T_2$	$t=2T_2$	$t=5T_2$
Número de núcleos 1 que quedan	10^{12}				
Número de núcleos 2 que queda	10^{12}				

Solución Del isótopo radiactivo 1, tenemos que la constante de desintegración es $\lambda_1 = \dfrac{\ln 2}{T_1}$ y en el caso del radiactivo 2, tenemos que la constante de desintegración es $\lambda_2 = \dfrac{\ln 2}{T_2} = \dfrac{\ln 2}{2T_1}$. Recordamos que $N = N_0 e^{-\lambda t}$

En $t = T_1$, tenemos que:

$$N_1 = 10^{12} e^{-\frac{\ln 2}{T_1} T_1} = 10^{12} e^{-\ln 2} = 10^{12} \cdot \frac{1}{2} = 5 \cdot 10^{11}$$

$$N_2 = 10^{12} e^{-\frac{\ln 2}{2T_1} T_1} = 10^{12} e^{-\frac{\ln 2}{2}} = 7.07 \cdot 10^{11}$$

En $t = T_2 = 2T_1$, tenemos que:

$$N_1 = 10^{12} e^{-\frac{\ln 2}{T_1} 2T_1} = 10^{12} e^{-2\ln 2} = 10^{12} \cdot \frac{1}{4} = 2.5 \cdot 10^{11}$$

$$N_2 = 10^{12} e^{-\frac{\ln 2}{2T_1} 2T_1} = 10^{12} e^{-\ln 2} = 5 \cdot 10^{11}$$

En $t = 2T_2 = 4T_1$, tenemos que:

$$N_1 = 10^{12} e^{-\frac{\ln 2}{T_1} 4T_1} = 10^{12} e^{-4\ln 2} = 10^{12} \cdot \frac{1}{16} = 6.25 \cdot 10^{10}$$

$$N_2 = 10^{12} e^{-\frac{\ln 2}{2T_1} 4T_1} = 10^{12} e^{-2\ln 2} = 2.5 \cdot 10^{11}$$

En $t = 5T_2 = 10T_1$, tenemos que:

$$N_1 = 10^{12} e^{-\frac{\ln 2}{T_1} 10T_1} = 10^{12} e^{-10\ln 2} = 10^{12} \cdot \frac{1}{1024} = 9.77 \cdot 10^{8}$$

$$N_2 = 10^{12} e^{-\frac{\ln 2}{2T_1} 10T_1} = 10^{12} e^{-5\ln 2} = 3.125 \cdot 10^{10}$$

Ejercicio 6.

(a) Explicar el concepto de ángulo límite en la refracción.

(b) Se lanzan tres rayos de luz desde un medio de índice de refracción 1.33 hacia otro medio de índice de refracción igual a 1 (aire). Los ángulos de estos tres rayos con la normal a la superficie de separación son: rayo A $\theta_A = 38^{\text{o}}$, rayo B $\theta_B = 49^{\text{o}}$ y rayo C $\theta_C = 60^{\text{o}}$. ¿Cuál o cuáles de estos rayos se transmitirán del primer al segundo medio y cuál o cuáles no? Justificar.

Solución (a) Cuando una onda incide en un medio hay una parte de la onda que se refleja y otra que se transmite. Pues bien, la cantidad de luz reflejada y transmitida varía en función del ángulo de incidencia. Eso está claro, cuando más directamente inciden más se transmitirá, y al revés. Pues resulta que existe un ángulo tal que si la luz incide con este ángulo TODA la luz se refleja y no existe ningún tipo de luz transmitida. Y eso se dice que la luz se refleja totalmente.

(b) Tenemos que el índice de refracción del medio es $n_1 = 1.33$ y del aire es $n_2 = 1$. Vamos a calcular cuál es el ángulo límite para un rayo de luz que saliera del medio desconocido. Si el ángulo de incidencia se hace mayor que el ángulo límite, los rayos de luz serán totalmente reflejados y por tanto no se transmitirán del primer al segundo medio. El ángulo límite para que se produzca la reflexión total, el ángulo de reflexión tiene que ser de 90^{o}. Para que se pueda producir la reflexión total, tenemos que saber que $n_1 > n_2$. Si esto no se cumple, no se produciran nunca la reflexión total. En nuestro caso, se podrá producir la reflexión total. A partir del ángulo mínimo siempre se producirá reflexión total midiendo los ángulo sobre la normal.

Por la ley de Snell, tenemos que:

$$n_1 \cdot \sin\alpha_l = n_2 \cdot \sin 90^{\text{o}} \Rightarrow 1.33 \cdot \sin\alpha_l = 1 \cdot 1 \Rightarrow \sin\alpha_l = \frac{1}{1.33} \Rightarrow \alpha_l = \arcsin\left(\frac{1}{1.33}\right) = 48.75^{\text{o}}$$

Por tanto, el rayo A es el único que se transmitirá del primer al segundo medio porque $\theta_A < \alpha_l$.

EvAU 2018 Propuesta B

Castilla-La Mancha

Ejercicio 1. Una onda electromagnética se propaga en el vacío en el sentido negativo del eje X. Su longitud de onda es $5.32 \cdot 10^{-7}\ m$, y el valor máximo del campo eléctrico es $275\ V/m$. Se pide:

- **(a) Determinar su frecuencia y número de ondas. Escribir la ecuación de la onda en unidades S.I.**
- **(b) Si esta onda se propagase en un medio de índice de refracción $n = 2$, ¿cuál sería la ecuación de onda en ese medio? (Suponemos que la amplitud del campo eléctrico de la onda es la misma que en el vacío).**
- **(c) La onda de campo eléctrico máximo $275\ V/m$ tiene una intensidad de $100\ Wm^{-2}$. ¿Cuál será la intensidad de otra onda de igual frecuencia cuyo campo eléctrico máximo sea $1100\ V/m$?**

Dato: Velocidad de la luz en el vacío $c = 3 \cdot 10^8\ m/s$.

Solución (a) La frecuencia es una característica del centro emisor:

$$\lambda = \frac{c}{f} \Rightarrow f = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \cdot 10^8\ m/s}{5.32 \cdot 10^{-7}\ m} = \boxed{5.64 \cdot 10^{14}\ Hz}$$

Número de onda:

$$\lambda = \frac{2\pi}{k} \Rightarrow k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{5.32 \cdot 10^{-7}\ m} = \boxed{1.18 \cdot 10^{7}\ rad/m}$$

Tenemos que $A = 275\ V/m$, $\omega = k \cdot c = (1.18 \cdot 10^7\ rad/m) \cdot (3 \cdot 10^8\ m/s) = 3.54 \cdot 10^{15}\ rad/s$. Como que se propaga en el sentido negativo del eje X, tenemos que:

$$E(x,t) = A \sin(\omega t + kx) \Rightarrow \boxed{E(x,t) = 275 \sin\left(3.54 \cdot 10^{15} t + 1.18 \cdot 10^{7} x\right)}$$

(b) La velocidad de propagación en este medio será de

$$v = \frac{c}{n} = \frac{3 \cdot 10^8\ m/s}{2} = 1.5 \cdot 10^8\ m/s$$

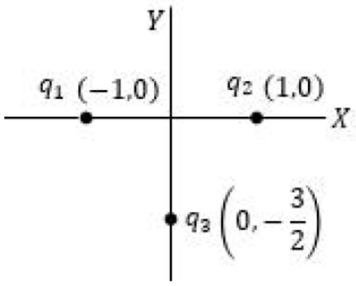
Luego, $\omega = k \cdot v = (1.18 \cdot 10^7\ rad/m) \cdot (1.5 \cdot 10^8\ m/s) = 1.77 \cdot 10^{15}\ rad/s$. Luego, la ecuación de onda en ese medio es:

$$\boxed{E(x,t) = 275 \sin(1.77 \cdot 10^{15} t + 1.18 \cdot 10^{7})}$$

(c) Sabemos que la intensidad de energía es directamente proporcional al cuadrado de la amplitud:

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{A_1^2}{A_2^2} \Rightarrow I_2 = \frac{I_1 A_2^2}{A_1^2} = \frac{(100\ Wm^{-2}) \cdot (1100\ V/m)^2}{(275\ V/m)^2} \Rightarrow \boxed{I_2 = 1600\ Wm^{-2}}$$

Ejercicio 2. Tres cargas puntuales están dispuestas en forma de T alrededor del origen de coordenadas. Las posiciones de las tres se indican en la figura (distancias en metros). Los valores de la carga 1 y 2 son, respectivamente $q_1 = +10\ \mu C$ y $q_2 = -12\ \mu C$.



(a) Si el potencial eléctrico en el origen de coordenadas es igual a cero, calcular el valor y signo de q_3.

(b) Calcular el campo eléctrico en el origen de coordenadas (módulo, dirección y sentido).

(c) Calcular el trabajo para trasladar una carga de prueba de $+0.01\ \mu C$ desde el punto $(0,0)$ hasta el punto $\left(0,+\frac{1}{2}\right)$.

Constante ley de Coulomb $k = 9\cdot 10^9\ Nm^2C^{-2}$ **Equivalencia** $1\mu C = 10^{-6}\ C$

Solución (a) Evidentemente, las distancias r_1, r_2 y r_3 de las tres cargas al punto $(0,0)$ valen, ahora:

$$r_1 = 1\ m;\quad r_2 = 1\ m;\quad r_3 = \frac{3}{2}\ m.$$

El potencial eléctrico total en $(0,0)$ vale:

$$V_t = V_1 + V_2 + V_3 = k\frac{q_1}{r_1} + k\frac{q_2}{r_2} + k\frac{q_3}{r_3} = 0$$

de donde:

$$\frac{q_3}{r_3} = -\frac{q_1}{r_1} - \frac{q_2}{r_2} \Rightarrow q_3 = r_3\cdot\left(-\frac{q_1}{r_1} - \frac{q_2}{r_2}\right) = (1.5\ m)\cdot\left(-\frac{10\cdot 10^{-6}\ C}{1\ m} - \frac{-12\cdot 10^{-6}\ C}{1\ m}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{q_3 = +3\cdot 10^{-6}\ C}$$

(b) Tenemos las mismas distancias que en el otro apartado. Ahora calculamos los vectoress $\vec{r_1}$, $\vec{r_2}$ y $\vec{r_3}$ que van de las cargas al origen de coordenadas, y sus vectores unitarios:

$$\vec{r_1} = (0,0) - (-1,0) = (1,0) \Rightarrow \vec{u_1} = \vec{i} = (1,0)$$

$$\vec{r_2} = (0,0) - (1,0) = (-1,0) \Rightarrow \vec{u_2} = -\vec{i} = (-1,0)$$

$$\vec{r_3} = (0,0) - \left(0,-\frac{3}{2}\right) = \left(0,\frac{3}{2}\right) \Rightarrow \vec{u_3} = \vec{j} = (0,1)$$

Ahora ya podemos calcular la intensidad de campo eléctrico mediante la expresión:

$$\vec{E} = \vec{E_1} + \vec{E_2} + \cdots + \vec{E_n} = \sum \vec{E_i} = \sum k\frac{q_i}{r_1^2}\vec{u_1}$$

$$\vec{E} = \vec{E_1} + \vec{E_2} + \vec{E_3} = k\left(\frac{q_1}{r_1^2}\vec{u_1} + \frac{q_2}{r_2^2}\vec{u_2} + \frac{q_3}{r_3^2}\vec{u_3}\right) =$$

$$= (9\cdot 10^9\ Nm^2C^{-2})\cdot\left[\frac{10\cdot 10^{-6}\ C}{(1\ m)^2}\vec{i} + \frac{-12\cdot 10^{-6}\ C}{(1\ m)^2}(-\vec{i}) + \frac{3\cdot 10^{-6}\ C}{(1.5\ m)^2}\vec{j}\right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{E} = (198000\vec{i} + 12000\vec{j})\ N/C}$$

que, en módulo, es: $E = 198363.30\ N/C$.

(c) Calculamos el potencial de las cargas fijas en $\left(0, \frac{1}{2}\right)$ a partir de la expresión:

$$V = \sum k\frac{q}{r}$$

$$V' = (9 \cdot 10^9\ Nm^2C^{-2}) \cdot \left(\frac{10 \cdot 10^{-6}\ C}{\frac{\sqrt{5}}{2}} + \frac{-12 \cdot 10^{-6}\ C}{\frac{\sqrt{5}}{2}} + \frac{3 \cdot 10^{-6}\ C}{2} \right) = -2599.69\ V$$

El trabajo hecho para desplazar la carga de $+0.01\ \mu C = 0.01 \cdot 10^{-6}\ C$ desde el origen hasta $\left(0, \frac{1}{2}\right)$ es:

$$W = Q\Delta V = (0.01 \cdot 10^{-6}\ C) \cdot (-2599.69 - 0)\ V \Rightarrow \boxed{W = -2.6 \cdot 10^{-5}\ J}$$

Ejercicio 3. El campo magnético de la Tierra cerca de la superficie tiene un valor aproximado de $5 \cdot 10^{-5}\ T$. ¿Cuánto tiempo tardará en completar una órbita un protón que entra en el campo magnético con trayectoria perpendicular a las líneas de campo? Datos del protón: carga $= 1.602 \cdot 10^{-19}\ C$; masa $= 1.67 \cdot 10^{-27}\ kg$.

Solución Cómo que el protón entra perpendicular a las líneas de campo magnética, describe un movimiento circular uniforme. Por tanto, la fuerza magnética que recibe la carga siempre va dirigida hacia el centro de la trayectoria circular. Aplicando la segunda ley de Newton en módulo, y teniendo en cuenta que la fuerza hecha por el campo magnético es la fuerza centrípeta o normal:

$$\sum F = ma \Rightarrow |Q|vB = ma_n \Rightarrow |Q|vB = m\frac{v^2}{R} \Rightarrow R = \frac{mv}{|Q|B}$$

Ahora podemos determinar la velocidad angular y con esto el período que es lo que nos está pidiendo porque se define como el tiempo en completar una órbita:

$$\omega = \frac{v}{R} = \frac{|Q|Bv}{mv} = \frac{|Q|B}{m}$$

Tenemos que: $\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega}$. Por tanto,

$$T = \frac{2\pi m}{|Q|B} = \frac{2\pi(1.67 \cdot 10^{-27}\ kg)}{(1.602 \cdot 10^{-19}\ C) \cdot (5 \cdot 10^{-5}\ T)} \Rightarrow \boxed{T = 1.31 \cdot 10^{-3}\ s}$$

Ejercicio 4. Cuando las estrellas envejecen y agotan su provisión de hidrógeno, empiezan a fusionar el helio acumulado en el núcleo para formar oxígeno. La reacción que tiene lugar produce un núcleo de oxígeno por unión de 4 núcleos de helio. Calcular en electronvoltios la energía desprendida en una de estas reacciones. Masas núcleos: helio $= 6.6465 \cdot 10^{-27}\ kg$; oxígeno $= 2.6567 \cdot 10^{-26}\ kg$; $c = 3 \cdot 10^8\ m/s$; $1\ eV = 1.602 \cdot 10^{-19}\ J$.

Solución Desarrollamos la reacción teniendo en cuenta los datos del enunciado y la conservación del número másico y del número atómica:

$$4\,{}^4_2He \rightarrow {}^{16}_8 O$$

Calculamos el defecto de masas de la reacción:

$$\Delta m = 4 \cdot (6.6465 \cdot 10^{-27}\ kg) - (2.6567 \cdot 10^{-26}\ kg) = 1.9 \cdot 10^{-29}\ kg$$

La energía desprendida es:

$$\Delta E = \Delta mc^2 = (1.9 \cdot 10^{-29}\ kg) \cdot (3 \cdot 10^8\ m/s)^2 = 1.71 \cdot 10^{-12}\ J \cdot \frac{1\ eV}{1.602 \cdot 10^{-19}\ J} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{\Delta E = 1.067 \cdot 10^7\ eV}$$

Ejercicio 5. Algunos núcleos radiactivos pueden desintegrarse bien emitiendo una partícula α o bien emitiendo una partícula β. Uno de ellos es el isótopo bismuto-212. En la tabla se recogen por orden de número atómico algunos de los elementos que preceden y siguen al bismuto en el sistema periódico.

Nº másico	Elemento	Nº atómico
	Talio	81
	Plomo	82
212	**Bismuto**	83
	Polonio	84
	Astato	85

(a) Si un núcleo de bismuto-212 se desintegra emitiendo una partícula α, ¿en qué elemento se convierte y cuál es su número másico?

(b) Si un núcleo de bismuto-212 emite una partícula β, ¿en qué elemento se convierte y cuál es su número másico?

Solución (a) Una partícula α consiste en un núcleo de He: dos protones y dos neutrones, por lo que el número másico disminuye en cuatro unidades y el número atómico disminuye en dos. Por lo tanto, pasa a tener un número másico de 208 y un número atómico de 81. Por lo tanto pasa a ser Talio.

(b) Si el núcleo emite una partícula β (electrón), ésta proviene de la desintegración de un neutrón en: un electrón y un protón (más un neutrino, que desestimamos). Luego, tenemos que el núcleo gana un protón, por lo que el elemento pasa a ser Polonio porque su número átomico es de 84, y el número másico no se modifica.

Ejercicio 6. Se han realizado cuatro medidas de las oscilaciones de un péndulo simple de longitud $4\ m$. Los datos están tabulados a la derecha. Calcular la aceleración de la gravedad en el lugar donde se ha realizado el experimento.

Número oscilaciones	Tiempo (s)
16	63.88
16	64.24
16	63.86
16	64.10

Solución Hacemos un promedio de los tiempos, y nos queda:

$$\bar{t} = \frac{(63.88 + 64.24 + 63.86 + 64.10)\ s}{4} = 64.02\ s$$

Luego, dividimos por el número de oscilaciones, y tenemos el periodo de oscilación:

$$T = \frac{\bar{t}}{N} = \frac{64.02\ s}{16} = 4.00125\ s$$

Luego, planteamos la relación entre el periodo, la longitud del péndulo y la aceleración de la gravedad:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

y de aquí despejamos g, y queda:

$$T^2 = 4\pi^2\frac{L}{g} \Rightarrow g = \frac{4\pi^2 L}{T^2}$$

Y si hacemos este cálculo nos da (aproximado con tres cifras decimales):

$$g = \frac{4\pi^2(4\ m)}{(4.00125\ s)^2} = \boxed{9.863\ m/s^2}$$